Im täglichen Leben sind wir mehr oder weniger unbemerkt von lauter Zahlen und Zählsystemen umgeben. Bevor wir richtig gehen können, lernen wir zählen. Fragen wir den dreijährigen Hansli wie alt er sei, antwortet er freudestahlend, indem er alle fünf Finger einer Hand in die Luft streckt. Nicht viel später beginnt der junge Mensch enthusiastisch zu zählen: "1 3 7 mänge vüu" usw.

Seit frühesten Zeiten versuchten Menschen Mengen darzustellen.

1. Zahlen und Zahlensysteme

Im täglichen Leben verwenden wir - unbewusst - verschiedene Zahlensysteme. Nehmen wir z. Beispiel unsere Zählweise:

acht, neun, zehn, elf, zwölf (= 1 Dutzend) und dann erst drei(und)zehn

Wir sprechen von Dutzend, Gross, Rys, Pfund, Zentner (= 100 Pfund), Doppel-Zentner, usw.

Kein Problem haben wir mit dem Siebenersystem (So, Mo, Di, Mi, Fr, Sa). Niemand stört sich daran, dass nach jedem Samstag wieder ein Sonntag kommt.

Mit der Einführung des Dezimalsystems wurde versucht Ordnung in dieses Durcheinander zu bringen. Das Dezimalsystem ist jedoch rein willkürlich gewählt, vielleicht weil wir zufälligerweise - in den meisten Fällen - 10 Finger haben.

Alle Zahlensysteme lassen sich mit folgender Formel darstellen:

$$N = \text{sign} \sum C_i * \text{Basis}^i$$

(Zahl = Vorzeichen * Summe der Produkte $C_i * \text{Basis}^i$ für alle i) dabei entspricht C_i einer Ziffer der Menge {0, 1,,,,Basis-1}. Im Dezimalsystem ist die Basis = 10, d. h. es können die Ziffern 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 vorkommen. Beispiele:

2000 =

0	$* 10^4$	=>	10000
2	$* 10^3$	=>	1000
0	$* 10^2$	=>	100
0	$* 10^1$	=>	10
0	$* 10^0$	=>	1

3.14159... =(π)

3	$* 10^0$	=>	1
.			
1	$* 10^{-1}$	=>	0.1
4	$* 10^{-2}$	=>	0.01
1	$* 10^{-3}$	=>	0.001
5	$* 10^{-4}$	=>	0.001
9	$* 10^{-5}$	=>	0.0001

Die verschiedenen Zahlensysteme sind jedoch mit Tabellen leichter zu erklären, vor allem, wenn wir dies anhand bekannter Zahlensysteme tun, welche immer noch oder noch vor kurzem bei uns im Gebrauch waren.

Unser heute gebräuchliches Zahlensystem scheint recht klar.

1000er	100er	10er	1er

1	9	9	9

1-Tausender, 9-Hunderter, 9-Zehner, 9-Einer bzw. neunzehn - Hundert neunundneunzig.

Was ist nun ein Jahr später passiert?

1000er	100er	10er	1er
2	0	0	0

2-Tausender, 0-Hunderter, 0-Zehner, 0-Einer bzw. zwanzig – Hundert oder zwei Tausend? Für hundert Jahre wird es nun vermutlich heissen Zweitausend und xx und erst ab

1000er	100er	10er	1er
2	1	0	0

Einundzwanzig hundert und xx.

2. Rechenverfahren

2.1. Ägypter

Die Ägypter rechneten dezimal und verwendeten für 1er, 10er, 100er, 1000er usw. verschiedene Ziffern (Hieroglyphen. Da sie für deren Darstellung ein relativ hartes Material benützten, liessen sie unnötige Stellen einfach aus. Die Zahl 203 schrieben sie also ähnliche wie °\°\|||. Diese Zahl wird auch heute als "zweihundert und drei" ausgesprochen. Wir sprechen also "ägyptisch"? Da die Ägypter pro Stelle eigene Hieroglyphen hatten, brauchten sie das Zeichen "Null" nicht. Dass die "Null" erst im Mittelalter auftauchte und seither immer mehr an Bedeutung gewann, mag die meisten Leute erstaunen. In jüngster Zeit werden sogar führende Nullen (vor der ersten Ziffer) immer wichtiger!

2.2. Rechnen mit den Babyloniern

Die Babylonier zwischen Euphrat und Tigris rechneten mit Keilschrift und einem 60er System. Das 60er System wurde verwendet, weil es am meisten Teilungsmöglichkeiten aufweist. Da die Bruchrechnung erst viele tausend Jahre später eingeführt wurde, hatte diese Teilbarkeit eine grosse Bedeutung.

Erstaunlicherweise – wenigstens für uns – wiesen die Jahre damals auch 360 Tage auf. Nicht, dass die Erde damals schneller um die Sonne drehte, sondern einfach aus Berechnungsgründen. Die fehlenden 5.25 Tage bemerkten sowieso nur die Oberschicht.

Aus dem gleichen Grund erhielt die Windrose 360 Grad.

Bei den Babyloniern wurden spezielle zweiseitige Keile verwendet, wobei die eine Seite ein Zeichen mit der Wertigkeit 1 (im folgenden Text mit einem **Y**) und auf der anderen Seite mit einem Zeichen der Wertigkeit 10 (im folgenden Text mit einem **<** dargestellt). So bedeutet z. B. **<YYY** unser Zahl 13. Gerechnet wurde mit frischen Tontafeln, einzelnen Ziffern in den Ton gedrückt.

Addition:

Die Addition zweier Zahlen 13 plus 58 würde in Keilschrift wie folgt durchgeführt:

```
                <YYY      13

               <<YYY +    58
               <<YYY
                <YY
+                                 +
ü     Y      <                   1 Übertrag
      Y      <Y    60+11 = 71
```

In einem ersten Schritt werden, wie im Dezimalsystem die Zeichen der Wertigkeit 1 gezählt (3 plus 8). Als Resultat bleibt 1 Zeichen der Wertigkeit 1 und ein Übertrag der Wertigkeit 10.

Als nächstes werden nun die Zeichen der Wertigkeit 10 zusammengezählt (1 Plus 5 und 1 Übertrag). Da 6 Zeichen der Wertigkeit 10 einen Übertrag der Wertigkeit 1 der nächsten Stelle zur Folge haben, bleibt 1 Zeichen der Wertigkeit 10 und als Resultat **Y** <Y oder in unserem Zahlensystem 71.

Subtraktion:

Die Subtraktion erfolgt analog:

```
                    <<YYY      58
                    <<YYY
                     <YY

                      YYY
                     <YYY -    19
                      YYY
-                                    -
ü                     <        Behalte

                    <<YYY
                     <YYY
                      YYY =    39
```

In einem ersten Schritt werden die Zeichen der Wertigkeit 1 subtrahiert. Genügen die vorhanden Zeichen nicht, werden die Zeichen von einem Zeichen der Wertigkeit 10 abgezogen werden und der verbleibende Rest (in unserem Fall ein Zeichen der Wertigkeit 1) zu den Zeichen der Wertigkeit 1 addiert (in unserem Falle neu 9 Zeichen).

Als nächsten müssen nun noch die Zeichen der Wertigkeit 10 subtrahiert werden (in unserem Beispiel 5 minus 1 minus behalte 1). Daraus folgt als Resultat <<<YYYYYYYYY oder in unserem Zahlensystem 39.

Multiplikation:

Die Art, wie die Babylonier Multiplikationen ausführten, muss als schlichtweg genial bezeichnet werden. Da sie nicht multiplizieren konnten, reduzierten sie die Multiplikation auf eine fortgesetzte Addition. Dies soll – aus Gründen der Darstellung – mit Dezimalzahlen erklärt werden.

Zu multiplizieren seien die Zahlen 13 und 58.

In einem ersten Schritt werden nun der Multiplikant (58) jeweils verdoppelt, bis der Zähler der Verdoppelung den Multiplikator (13) überschritten würde. Dies ist in folgenden Tabelle nach 8 erreicht.

		13	58
	X	1	58
		2	116
	X	4	232
	X	8	464
			754

In einem zweiten Schritt werden nun von unten jene Zeilen markiert, deren Summe dem Multiplikator entspricht (8 + 4 + 1). Die Summe der entsprechenden Felder des Multiplikanden ergibt das Resultat 754.

Dasselbe Resultat muss natürlich auch erreicht werden, wenn Multiplikator und Multiplikant ausgetauscht werden.

		58	13
		1	13
	X	2	26
		4	52
	X	8	104
	X	16	208
	X	32	416
			754

2.3. ABAKUS

Wo gehandelt wird, wird auch gerechnet.. In den Karavansereien der Seidenstrassen wurde viel gehandelt. Solange man noch Kamele gegen Kamele oder Ziegen gegen Ziegen t tauschte, war die Welt noch einigermassen in Ordnung. Beim Mischhandel wurde das ganze etwas komplexer. Man einigte sich auf ein Wertsystem und ordnete Kamelen, Ziegen usw. einen Wert zu. Diese Werte mussten nun berechnet werden. Mit der Zeit wurden dazu sogenannte „Häuser" mit Strichen in den Sand gezeichnet. Diese Häuser hatten zwei Stockwerke, wobei dem unteren die Wertigkeit „1" und dem oberen die Wertigkeit „5" zugewiesen wurde. Mit Kugeln aus Kameldung wurden nun die einzelnen Zahlen dargestellt.

Drei Kugeln im unteren und eine Kugel im oberen Haus bedeuten also acht:

100er	10er	1er	
		°	5er
		° ° °	1er

Mit der Zeit wurden diese Häuser wie ein Zählrahmen gebaut. Daraus entstand der Abakus, welcher sogar in Amerika noch heute verwendet wird. Mit einem Abakus gewinnt eine Geübter bei einer Addition in der Geschwindigkeit gegen jeden elektronischen Rechnern, da mit der Eingabe bereits das Resultat vorliegt.

100er	10er	1er	
	°		5er
	°	°	1er

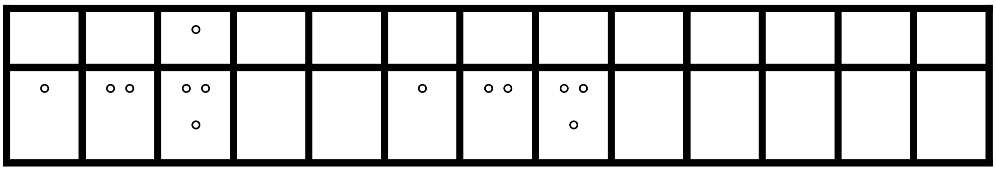
Dieser Zustand des Abakus würde als 61 gelesen.

Sollen nun noch 8 dazugezählt werden, ergibt sich sofort das Resultat:

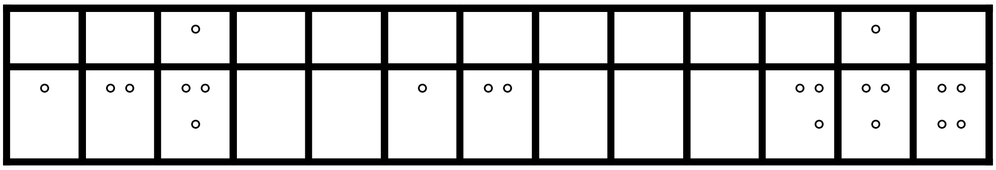
100er	10er	1er	
	°	°	5er
	°	° ° ° °	1er

Dieser Zustand des Abakus zeigt als Resultat 69.

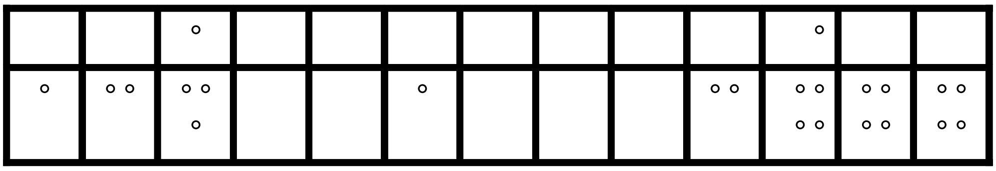
Geübte Abakaner können mit diesem Gerät auch multiplizieren



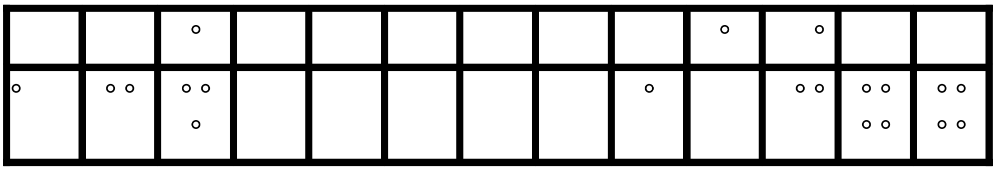
1 2 8 * 3 = 3 8 4



1 2 8 * 2 = 2 5 6



1 2 8 * 1 = 1 2 8



Die Multiplikation von 128 * 123 ergibt also auch mit dem Abakus 15‘744.

3. Binäres Rechnen

Mit dem nun Gelernten ist es nur noch ein kleiner Schritt, um auch die binäre Rechentechnik zu verstehen. Wesentlich dabei ist, dass es pro Stelle nur zwei Ziffern gibt. Nämlich die 0 und die 1. Auf den ersten Blick ist verwirrend, dass für das binäre Zahlensystem Ziffern verwendet werden, welche auch im dezimalen System verwendet werden.

Wie im dezimalen Rechnen ein Übertrag auf die nächste Stelle erfolgt, wenn zur höchsten Ziffer (9) eine 1 addiert wird, entsteht auch beim binären Rechnen ein Übertrag, wenn zur höchsten Ziffer (1) eine 1 addiert wird.

Binäre Addition:

```
 101 b           =      5.
 111 b           =      7.
+                                +
111                   1  Übertrag
1100 b                 12.

1*8 + 1*4         =     12.
```

Binäre Multiplikation:

```
111   *     101   =     000 000
7.* 5.= 35.
                            111
                        -------
                        000 111
111   *     10    =       0 00
                        -------
                        000 111
111   *     1            11 1
                        -------
                        100 011 b

= 1*32 + 0*16 + 0*8 + 0*4 + 1*2 + 1*1 = 35.
```

Als Informatiker wünschte ich mir, dass alle meine Kollegen, im besonderen die internationalen Grössen, demütig in Sack und Asche eingestehen würden, dass wir als alleinigen "Verdienst" lediglich die Tatsache verbuchen können, dass wir die längst bekannten Theorien technisch realisieren konnten. Aber eben ... , wer gibt das gerne zu.